

## APPLIED MATHEMATICS - I

Time : 2.30 Hours]

[Maximum Marks : 50

[Minimum Marks : 17

## NOTES:

- i) Attempt **all** questions.  
 ii) Students are advised to specially check the Numerical Data of question paper in both versions. If there is any difference in Hindi Translation of any question, the students should answer the question according to the English version.  
 iii) Use of Pager and Mobile Phone by the students is not allowed.

Q1) Attempt any ten parts of the following :

[10 × 1 = 10]

a) The value of  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^2 + 3x + 7}{5x^2 + 2x + 1}$  is :

i)  $\frac{7}{1}$

ii)  $\frac{9}{5}$

iii)  $\frac{3}{2}$

iv) none

b) If  $f(x) = 3x - 4x^3$  then value of  $(\sin\theta)$  is :

i)  $\sin^3\theta$

ii)  $\sin^4\theta$

iii)  $\sin^3\theta$

iv)  $\sin^2\theta$

c) The angle between the two vectors  $(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$  and  $(j - k)$  is :

i)  $30^\circ$

ii)  $45^\circ$

iii)  $60^\circ$

iv)  $90^\circ$

d) If  $\tan^{-1}x - \tan^{-1}y = \tan^{-1}A$  then the value of A is :

i)  $\frac{1+xy}{x-y}$

ii)  $\frac{x+y}{1-xy}$

iii)  $\frac{x-y}{1+xy}$

iv)  $\frac{1-xy}{x+y}$

e) How many terms are in the series 3, 5, 7, \_\_\_\_\_ 51?

f) Find the value of  $(1+i)^4 \left(1+\frac{1}{i}\right)^4$ .g) 14<sup>th</sup> term in the expansion of  $(a + 2x^3)^{16}$  is

i)  $560 a^{13}2^3x^9$

ii)  $590 a^32^{13}x^{39}$

iii)  $560 a^32^{13}x^{39}$

iv) None of these

h) The value of the determinant  $\begin{vmatrix} 1 & x & y+z \\ 1 & y & z+x \\ 1 & z & x+y \end{vmatrix}$  is

i) 1

ii) 0

iii)  $(x+y+z)$

iv) None of these

i) Find the value of A and B if  $\frac{2+3i}{1+i} = A + iB$ .j) Find the differential coefficient of  $10^x$ .k) If  $y = (x-1)(x^3 + 2x^2 + 5)$  then find  $\frac{d^3y}{dx^3}$ .

l) If  $\begin{vmatrix} 3 & 1 & -4 \\ 3 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 49$ , then find the value of  $\begin{vmatrix} 6 & 3 & -16 \\ 6 & 6 & 20 \\ 2 & -3 & 12 \end{vmatrix}$ .

**Q2)** Attempt any five parts of the following :

[5 × 2 = 10]

- a) Find the sum of the series  $3 + 4 + 8 + 9 + 13 + 14 + 18 + 19 + \dots$  upto 20 terms.
- b) If  $\vec{A}$  is a vector then prove that  $(\vec{A} \cdot \hat{i})\hat{i} + (\vec{A} \cdot \hat{j})\hat{j} + (\vec{A} \cdot \hat{k})\hat{k} = \vec{A}$ .
- c) Find the value of  $\left(6i^{74} + \frac{4}{i^{172}}\right)^8$ .
- d) Find the value of  $\frac{d}{dx}\left(\frac{2+3\cos x}{\sin x}\right)$  when  $x = \pi/4$ .
- e) A particle is moving in a straight line according to  $s = \frac{1}{3}t^3 - 5t^2 + 9t + 17$ . If distance (s) and time (t) are considered in meter and second respectively, at what time the velocity and acceleration will be zero.
- f) Find the maximum value of  $(x^3 + x^2 - 8x + 1)$ .
- g) If the angles of a triangle are in A.P. Prove that  $b^2 = a^2 + c^2 - ac$ .

**Q3)** Attempt any two parts of the following :

[2 × 5 = 10]

- a) If the coefficients  $r^{\text{th}}$  and  $(r+4)^{\text{th}}$  terms in the expansion of  $(1+x)^{24}$  are equal, find the value of  $r$ .
- b) Find the unit normal vector perpendicular to  $\vec{A} = 4\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$  and  $\vec{B} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ .
- c) If  $x^y = y^x$  then prove that  $\frac{dy}{dx} = \frac{y(x \cos y - y)}{x(y \cos x - x)}$ .

**Q4)** Attempt any two parts of the following :

[2 × 5 = 10]

- a) Find the slope of tangent to the curve  $x = t^2 + 3t - 8$ ,  $y = 2t^2 - 2t - 5$  at the point  $(2, -1)$ .

b) Test for  $x = a$ , the continuity of the function  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{a} - a, & \text{when } x < a \\ 0, & \text{when } x = a \\ a - \frac{x^2}{a}, & \text{when } x > a \end{cases}$ .

- c) Find the dif. coeff of  $\tan^{-1}\left(\frac{1-\sin x}{\cos x}\right)$ .

**Q5)** Attempt any two parts of the following :

[2 × 5 = 10]

- a) If  $w = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ , then prove that  $w^3 = 1$ .
- b) If  $x = a \cos\theta$ ,  $y = b \sin\theta$ , then find the value of  $\frac{d^2y}{dx^2}$ .
- c) Differentiate  $\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right)$  w.r.t.  $\sec^{-1}\left(\frac{1}{2x^2-1}\right)$ .

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए ।

प्र.1) किन्हीं दस खण्डों को हल कीजिए ।

[10 × 1 = 10]

अ)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^2 + 3x + 7}{5x^2 + 2x + 1}$  का मान है :-

i)  $\frac{7}{1}$

ii)  $\frac{9}{5}$

iii)  $\frac{3}{2}$

iv) कोई नहीं

ब) यदि  $f(x) = 3x - 4x^3$  तो  $(\sin\theta)$  का मान होगा :

i)  $\sin^3\theta$

ii)  $\sin^4\theta$

iii)  $\sin^3\theta$

iv)  $\sin^2\theta$

स) दो सदिशों  $(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$  और  $(\hat{j} - \hat{k})$  के बीच का कोण होगा :-

i)  $30^\circ$

ii)  $45^\circ$

iii)  $60^\circ$

iv)  $90^\circ$

द) यदि  $\tan^{-1}x - \tan^{-1}y = \tan^{-1}A$  तो A का मान होगा :-

i)  $\frac{1+xy}{x-y}$

ii)  $\frac{x+y}{1-xy}$

iii)  $\frac{x-y}{1+xy}$

iv)  $\frac{1-xy}{x+y}$

य) श्रेणी 3, 5, 7, \_\_\_\_\_ 51 में पदों की कितनी संख्या होगी ।

र)  $(1+i)^4 \left(1+\frac{1}{i}\right)^4$  का मान ज्ञात कीजिए ।

ल)  $(a + 2x^3)^{16}$  के विस्तार में 14वां पद होगा ।

i)  $560 a^{13}2^3x^9$

ii)  $590 a^32^{13}x^{39}$

iii)  $560 a^32^{13}x^{39}$

iv) कोई नहीं

व) सारणिक  $\begin{vmatrix} 1 & x & y+z \\ 1 & y & z+x \\ 1 & z & x+y \end{vmatrix}$  का मान है -

i) 1

ii) 0

iii)  $(x+y+z)$

iv) कोई नहीं

त) यदि  $\frac{2+3i}{1+i} = A + iB$  तो A और B का मान ज्ञात कीजिए ।

थ)  $10^x$  का अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए ।

ध) यदि  $y = (x-1)(x^3 + 2x^2 + 5)$  तो  $\frac{d^3y}{dx^3}$  का मान ज्ञात कीजिए ।

न) यदि  $\begin{vmatrix} 3 & 1 & -4 \\ 3 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 49$ , तो  $\begin{vmatrix} 6 & 3 & -16 \\ 6 & 6 & 20 \\ 2 & -3 & 12 \end{vmatrix}$  का मान ज्ञात कीजिए ।

प्र.2) किन्हीं पांच खण्डों को हल कीजिए ।

अ) श्रेणी  $3 + 4 + 8 + 9 + 13 + 14 + 18 + 19 + \dots$  के 20 पदों का योग ज्ञात कीजिए ।

ब) यदि  $\vec{A}$  एक सदिश है तो  $(\vec{A} \cdot \hat{i})\hat{i} + (\vec{A} \cdot \hat{j})\hat{j} + (\vec{A} \cdot \hat{k})\hat{k} = \vec{A}$  सिद्ध कीजिए ।

स)  $\left(6i^{74} + \frac{4}{i^{172}}\right)^8$  का मान ज्ञात कीजिए ।

द)  $\frac{d}{dx} \left( \frac{2 + 3 \cos x}{\sin x} \right)$  का मान ज्ञात कीजिए, जब  $x = \pi/4$ .

य) एक कण सरल रेखा में  $s = \frac{1}{3}t^3 - 5t^2 + 9t + 17$  नियम के अनुसार गतिमान है । यदि दूरी (s) मीटर में तथा समय सेकण्ड में मापा जाय तो इसका वेग एवं त्वरण कब शून्य होगा ?

र)  $(x^3 + x^2 - 8x + 1)$  का उच्चिष्ठ मान ज्ञात कीजिए ।

ल) यदि किसी त्रिभुज के कोण सामान्तर श्रेणी में है तो सिद्ध कीजिए कि  $b^2 = a^2 + c^2 - ac$ .

प्र.3) किन्हीं दो खण्डों को हल कीजिए ।

[2 × 5 = 10]

अ) यदि  $(1 + x)^{24}$  के विस्तार में 1वां एवं  $(r + 4)$ वां पद के गुणांक बराबर हैं तो  $r$  का मान ज्ञात कीजिए ।

ब) सदिश  $\vec{A} = 4\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$  और  $\vec{B} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$  के लम्बवत एकांक सदिश ज्ञात कीजिए ।

स) यदि  $x^y = y^x$  तो सिद्ध कीजिए कि  $\frac{dy}{dx} = \frac{y(x \cos y - y)}{x(y \cos x - x)}$ .

प्र.4) किन्हीं दो भागों को हल कीजिए ।

[2 × 5 = 10]

अ) वक्र  $x = t^2 + 3t - 8$ ,  $y = 2t^2 - 2t - 5$  के बिन्दु  $(2, -1)$  पर स्पर्श रेखा का ढाल ज्ञात कीजिए ।

ब) निम्न फलन की  $x = a$  पर सततता की जांच कीजिए

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{a} - a, & \text{when } x < a \\ 0, & \text{when } x = a \\ a - \frac{x^2}{a}, & \text{when } x > a \end{cases}$$

स)  $\tan^{-1} \left( \frac{1 - \sin x}{\cos x} \right)$  का अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए ।

प्र.5) किन्हीं दो खण्डों को हल कीजिए ।

[2 × 5 = 10]

अ) यदि  $w = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$  तो सिद्ध कीजिए कि  $w^3 = 1$

ब) यदि  $x = a \cos \theta$ ,  $y = b \sin \theta$  तो  $\frac{d^2y}{dx^2}$  का मान ज्ञात कीजिए ।

स)  $\tan^{-1} \left( \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right)$  का  $\sec^{-1} \left( \frac{1}{2x^2-1} \right)$  के सापेक्ष अवकलन कीजिए ।

