
APPLIED MATHEMATICS - II

Time : 2:30 Hours]**[Maximum Marks : 50****NOTES :**

- i) Attempt **all** questions. All questions carry equal marks.
- ii) Students are advised to specially check the Numerical Data of question paper in both versions. If there is any difference in Hindi Translation of any question, the students should answer the question according to the English version.
- iii) Use of Pager and Mobile Phone by the students is not allowed.

Q1) Attempt any ten parts of the following.**[10×1=10]**

- a) Write the formula for $\int f_1(x) \cdot f_2(x) dx$.
- b) Write the formula for the length of an arc from the point $x = a$ to $x = b$ of the curve $y = f(x)$.
- c) Write the formula to find the area of irregular figures by Simpson's Rule.
- d) Integrate $\int \frac{x dx}{a+x}$.
- e) What is the co-ordinate of centre and radius of a circle $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$?
- f) Define direction cosines of a line in space. How are these related?
- g) Evaluate $\int \cot^2 x \cdot \operatorname{cosec}^2 x dx$.
- h) Evaluate $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$.
- i) Evaluate $\int \frac{x^2 dx}{4+x^2}$.
- j) Evaluate $\int_0^a \frac{dx}{x^2+a^2}$.
- k) Write the equation of a line passing through two points A (x_1, y_1, z_1) and B (x_2, y_2, z_2) .
- l) Find the length of the intercepts on the axes due to the plane $Ax + By + Cz + D = 0$.

Q2) Attempt any five parts of the following :-

- a) Integrate $\int \frac{x dx}{\sqrt{1-x^4}}$.
- b) Find the value of $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$.
- c) Find the ratio in which yz -plane divides the line joining the two points $(-3, 1, 4)$ and $(2, -7, 3)$.
- d) Integrate $\int \frac{dx}{e^x + 1}$.
- e) Integrate $\int (\tan x + \cot x)^2 dx$.
- f) Prove that the points $(4, 5, -5)$, $(0, -11, 3)$ and $(2, -3, -1)$ are co-linear.
- g) Prove that $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \tan x} = \pi/4$.

Q3) Attempt any two parts of the following :-

[2×5=10]

- a) Find the co-ordinate of the point on x -axis where it cuts the circle $x^2 + y^2 - 5x - 2y + 6 = 0$.
- b) Integrate $\int \frac{3x^2 + 4x + 5}{\sqrt{x}} dx$.
- c) Integrate $\int \sin 3x \cdot \cos 5x dx$.

Q4) Attempt any two parts of the following :

[2×5=10]

- a) Integrate $\int x \tan^2 x dx$.
- b) Integrate $\int \frac{dx}{1 + \cos^2 x}$.
- c) Find the approximate value of $\int_{-3}^3 x^4 dx$ and compare this value to its correct value using Simpson's Rule.

Q5) Attempt any two parts of the following :-

[2×5=10]

- a) Solve the equations $2x + 3y - z = 5$, $4x + 4y - 3z = 3$ and $-2x + 3y - z = 1$ using Gaussian elimination method.
- b) Solve $x^3 - 9x + 1 = 0$ for the roots between $x = 2$ and $x = 4$ by the bisection method.
- c) Find the value of $\int_0^4 \frac{1}{1+x^2} dx$ using Trapezoidal Rule.

(हिन्दी अनुवाद)

- नोट : i) सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिये। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।
 ii) परीक्षार्थियों को सलाह दी जाती है कि वे प्रश्न-पत्र के दोनों अनुवादों में सांख्यिकीय आँकड़ों का विशेष रूप से मिलान कर लें। यदि हिन्दी अनुवाद के किसी प्रश्न में किसी प्रकार की भिन्नता है, तो परीक्षार्थी अंग्रेजी अनुवाद के अनुसार प्रश्न का उत्तर दें।
 iii) परीक्षार्थियों द्वारा पेजर और मोबाइल फोन का प्रयोग अनुमत्य नहीं है।

प्र.1) निम्नलिखित में से कोई दस भाग हल करें

[10×1=10]

अ) $\int f_1(x) \cdot f_2(x) dx$ का सूत्र लिखें।

ब) वक्र $y = f(x)$ के चाप की लम्बाई का सूत्र बिन्दु $x = a$ से $x = b$ तक लिखें।

स) सिम्पल नियम से किसी अनियमित आकृति के क्षेत्रफल ज्ञात करने हेतु सूत्र लिखें।

द) समाकलन ज्ञात करें $\int \frac{x dx}{a+x}$

च) वृत्त $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + e = 0$ के केन्द्र का निर्देशांक एवं त्रिज्या का मान क्या है?

र) किसी रेखा की अन्तरिक्ष (space) में दिक् कोज्याएं बताएं। उनमें क्या संबंध है?

ल) $\int \cot^2 x \cdot \operatorname{cosec}^2 x dx$ समाकलन ज्ञात करें।

व) समाकलन ज्ञात करें। $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$

त) समाकलन ज्ञात करें। $\int \frac{x^2 dx}{4+x^2}$

थ) $\int_0^a \frac{dx}{x^2+a^2}$ का मान ज्ञात करें।

ध) दो बिन्दुओं $A(x_1, y_1, z_1)$ और $B(x_2, y_2, z_2)$ से जाने वाली रेखा का समीकरण लिखें।

न) समतल $Ax + By + ez + D = 0$ द्वारा अक्षों पर कटे अन्तःखण्डों की लम्बाई ज्ञात करें।

प्र.2) निम्नलिखित में से किन्हीं पांच भागों को हल करें। :-

[5×2=10]

अ) समाकलन ज्ञात करें $\int \frac{x dx}{\sqrt{1-x^4}}$

ब) $\int_0^1 \frac{dx}{ex + e^{-x}}$ का मान ज्ञात करें।

स) दो बिन्दुओं $(-3, 1, 4)$ और $(2, -7, 3)$ को मिलाने वाली रेखा को YZ - तल किस अनुपात में विभाजित करता है?

- द) समाकलन ज्ञात करें $\int \frac{dx}{e^x + 1}$
- च) समाकलन ज्ञात करें $\int (\tan x + \cot x)^2 dx$
- र) सिद्ध करो कि बिन्दु $(4, 5, -5)$, $(0, -11, 3)$ और $(2, -3, -1)$ रैखिक हैं।
- ल) सिद्ध करो कि $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \tan x} = \pi/4$

प्र.3) निम्नलिखित में से कोई दो भाग हल करो :-

[2×5=10]

- अ) x-अक्ष पर वह बिन्दु ज्ञात करो जहां वह वृत्त $x^2 + y^2 - 5x - 2y + 6 = 0$ काटता है।
- ब) समाकलन ज्ञात करें $\int \frac{3x^2 + 4x + 5}{\sqrt{x}} dx$.
- स) समाकलन ज्ञात करें $\int \sin 3x \cdot \cos 5x dx$.

प्र.4) निम्नलिखित में से किन्हीं दो भागों को हल करें :-

[2×5=10]

- अ) समाकलन ज्ञात करें $\int x \tan^2 x dx$
- ब) समाकलन ज्ञात करें $\int \frac{dx}{1 + \cos^2 x}$
- स) सिम्पसन नियम से $\int_{-3}^3 x^4 dx$ का सन्निकट मान ज्ञात करें तथा इसके शुद्ध मान से इसकी तुलना करें।

प्र.5) निम्नलिखित में से किन्हीं दो भागों को हल करें:-

[2×5=10]

- अ) समीकरण $2x + 3y - z = 5$, $4x + 4y - 3z = 3$ और $-2 + 3y - z = 1$ को मासियन विलोपन (Gaussian elimination) विधि से हल करें।
- ब) Bisection method द्वारा समीकरण $x^3 - 9x + 1 = 0$ के मूल के लिए $x = 2$ और $x = 4$ के बीच हल करें।
- स) समलम्बी नियम द्वारा $\int_0^4 \frac{1}{1+x^2} dx$ का मान ज्ञात करें।

