

APPLIED MATHEMATICS - I

Time : 2:30 Hours]

[Maximum Marks : 50

[Minimum Marks : 17

NOTES:

- i) Attempt **all** questions.
- ii) Students are advised to specially check the Numerical Data of question paper in both versions. If there is any difference in Hindi Translation of any question, the students should answer the question according to the English version.
- iii) Use of Pager and Mobile Phone by the students is not allowed.

Q1) Attempt any ten parts of the following.

[10 × 1 = 10]

- i) The value of $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x - 1}{b^x - 1} \right)$ is
 - (a) $\frac{a}{b}$
 - (b) $\log ab$
 - (c) $\log \left(\frac{a}{b} \right)$
 - (d) $\log(a^b)$
- ii) If $f(x) = 3x^2 - 7$ then value of $f(f(x))$ is
 - (a) $3x^2 + 7$
 - (b) $3(3x^2 - 7)^2 - 7$
 - (c) $3(3x^2 - 7)$
 - (d) $3x^4 - 7$
- iii) The angle between the vectors $2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ and $\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ is
 - (a) $\cos^{-1} \left(\frac{2}{\sqrt{42}} \right)$
 - (b) $\cos^{-1} \left(\frac{-2}{\sqrt{42}} \right)$
 - (c) $\cos^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{42}} \right)$
 - (d) $\cos^{-1} \left(\frac{-2}{\sqrt{21}} \right)$
- iv) If $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{3} = \tan^{-1} \theta$ then value of θ is
 - (a) $\frac{\pi}{2}$
 - (b) $\frac{\pi}{3}$
 - (c) $\frac{\pi}{4}$
 - (d) $\frac{\pi}{6}$
- v) Find 15th term of the series 1, 4, 7, 10, ...
- vi) Find the value of $(1-i)^4 (1+i)^4$.
- vii) Find 5th term of the expansion $\left(2x - \frac{1}{2x} \right)^{11}$.
- viii) Find the value of the determinant $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$.

- ix) Find the value of A and B if $\frac{3i-7}{4+2i} = A + iB$.
- x) Find the differential coefficient of $\cos(e^{\log_e x} + 7)$
- xi) If $y = \cos(ax+b)$ then find $\frac{d^4 y}{dx^4}$.
- xii) Find the value of $(\bar{a} + \bar{b}) \cdot ((\bar{b} + \bar{c}) \times (\bar{c} + \bar{a}))$.

Q2) Attempt any five parts of the following.

[5 × 2 = 10]

- i) If sum of m terms of an A.P. is n and sum of n terms is m then find sum of $m + n$ terms.
- ii) Find a unit vector perpendicular to $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$.
- iii) Find the value of $(3i+7)(6i^{64} + 9)$.
- iv) Find the derivative of $\frac{2 \cos x + \sin x}{2 \sin x + \cos x}$.
- v) Find the maximum and minimum of $y = x^x$.
- vi) Prove that in a triangle ΔABC $b \cos A + a \cos B = c$.
- vii) If in a triangle $A + B + C = \pi$ then find the value of $\tan A + \tan B + \tan C$.

Q3) Attempt any two parts of the following.

[2 × 5 = 10]

- a) Find the term which is independent from x in the expansion of $\left(3x - \frac{1}{3x}\right)^{19}$.
- b) If $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = -2\hat{i} + 5\hat{j} - \hat{k}$, then find $\vec{a} \cdot \vec{b}$ and $\vec{a} \times \vec{b}$.
- c) Find the differential coefficient of $(\tan x)^x$.

Q4) Attempt any two parts of the following.

[2 × 5 = 10]

- a) Find the equation of tangent of the curve $3x^2 + 5y^2 - 8 = 0$ which is parallel to $3x + 5y + 3 = 0$ and passing through $(1, 1)$.
- b) Show that $f(x) = |x|$ is continuous at $x = 0$ but not differentiable at $x = 0$.
- c) If $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$, $\vec{c} = \hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$, find λ such that \vec{a} is perpendicular to $\lambda\vec{b} + \vec{c}$.

Q5) Attempt any two parts of the following.

[2 × 5 = 10]

- a) Find the value of $\begin{vmatrix} x+y & y+z & z+x \\ y+z & z+x & x+y \\ z+x & x+y & y+z \end{vmatrix}$.
- b) Find the cube roots of unity.
- c) Differentiate $\cot^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$ with respect to $\tan^{-1}\left(\frac{1+x^2}{2x}\right)$.

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

प्र.1) निम्नलिखित में से किन्हीं दस खण्डों को हल कीजिए।

[10 × 1 = 10]

i) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x - 1}{b^x - 1} \right)$ का मान है

(अ) $\frac{a}{b}$

(ब) $\log ab$

(स) $\log \left(\frac{a}{b} \right)$

(द) $\log(a^b)$

ii) यदि $f(x) = 3x^2 - 7$ है, तो $f(f(x))$ का मान है

(अ) $3x^2 + 7$

(ब) $3(3x^2 - 7)^2 - 7$

(स) $3(3x^2 - 7)$

(द) $3x^4 - 7$

iii) सदिशों $2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ तथा $\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ के बीच का कोण है

(अ) $\cos^{-1} \left(\frac{2}{\sqrt{42}} \right)$

(ब) $\cos^{-1} \left(\frac{-2}{\sqrt{42}} \right)$

(स) $\cos^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{42}} \right)$

(द) $\cos^{-1} \left(\frac{-2}{\sqrt{21}} \right)$

iv) यदि $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{3} = \tan^{-1} \theta$ तो θ का मान है

(अ) $\frac{\pi}{2}$

(ब) $\frac{\pi}{3}$

(स) $\frac{\pi}{4}$

(द) $\frac{\pi}{6}$

v) श्रेणी 1, 4, 7, 10, ... का 15वाँ पद ज्ञात कीजिए।

vi) $(1-i)^4 (1+i)^4$ का मान ज्ञात कीजिए।

vii) $\left(2x - \frac{1}{2x} \right)^{11}$ के विस्तार में 5 वाँ पद ज्ञात कीजिए।

viii) सारणिक $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए।

ix) यदि $\frac{3i-7}{4+2i} = A + iB$ तो A तथा B का मान ज्ञात कीजिए।

x) $\cos(e^{\log_e x} + 7)$ का अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए।

xi) यदि $y = \cos(ax+b)$ तो $\frac{d^4 y}{dx^4}$ का मान ज्ञात कीजिए।

xii) $(\bar{a} + \bar{b}) \cdot ((\bar{b} + \bar{c}) \times (\bar{c} + \bar{a}))$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.2) निम्नलिखित में से किन्हीं पाँच भागों को कीजिए।

[5 × 2 = 10]

i) यदि समान्तर श्रेणी के m पदों का योग n हों तथा n पदों का योग m हो, तो $(m+n)$ पदों का योगफल ज्ञात कीजिए।

ii) $\bar{a} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ तथा $\bar{b} = -2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ दोनों के लम्बवत् एक एकांक सदिश ज्ञात कीजिए।

iii) $(3i+7)(6i^{64}+9)$ का मान ज्ञात कीजिए।

iv) $\frac{2 \cos x + \sin x}{2 \sin x + \cos x}$ का अवकलन ज्ञात कीजिए।

v) $y = x^x$ का अधिकतम तथा न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

vi) एक त्रिभुज $\triangle ABC$ में $b \cos A + a \cos B = c$ को सिद्ध कीजिए।

vii) एक त्रिभुज में $A + B + C = \pi$ तो $\tan A + \tan B + \tan C$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.3) निम्नलिखित में से किन्हीं दो भाग कीजिए।

[2 × 5 = 10]

अ) विस्तार $\left(3x - \frac{1}{3x}\right)^{19}$ में x से स्वतंत्र पद को ज्ञात कीजिए।

ब) यदि $\bar{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ और $\bar{b} = -2\hat{i} + 5\hat{j} - \hat{k}$ है, तो $\bar{a} \cdot \bar{b}$ तथा $\bar{a} \times \bar{b}$ का मान ज्ञात कीजिए।

स) $(\tan x)^x$ का अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए।

प्र.4) निम्नलिखित में से कोई दो भाग कीजिए।

[2 × 5 = 10]

अ) वक्र $3x^2 + 5y^2 - 8 = 0$ पर $3x + 5y + 3 = 0$ के समान्तर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो $(1, 1)$ से गुजरता है।

ब) दिखाईए कि $f(x) = |x|$, $x = 0$ पर सातव्य है पर $x = 0$ पर अवकलनीय नहीं है।

स) यदि $\bar{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\bar{b} = \hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$, $\bar{c} = \hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ है तो λ का मान ज्ञात कीजिए ताकि \bar{a} , $\lambda\bar{b} + \bar{c}$ पर लम्बवत् हो।

प्र.5) निम्नलिखित में से कोई दो भाग कीजिए।

[2 × 5 = 10]

अ) $\begin{vmatrix} x+y & y+z & z+x \\ y+z & z+x & x+y \\ z+x & x+y & y+z \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए।

ब) इकाई का घनमूल ज्ञात कीजिए।

स) $\cot^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$ का $\tan^{-1}\left(\frac{1+x^2}{2x}\right)$ के सापेक्ष अवकलन ज्ञात कीजिए।

